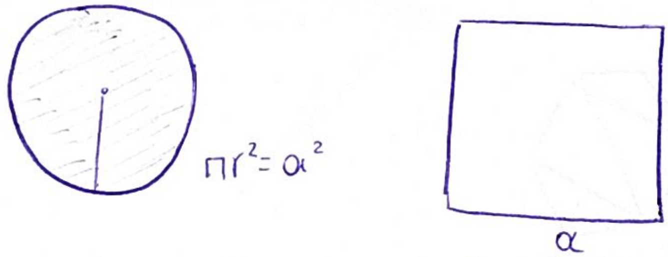
14/11/2019

Ιστορία των Μαθηματικών

Για την αξιολόγηση

Παρουσίαση του θέματος
Κατανόηση της απόδειξης
Βιβλιογραφία.
Τυπογραφικά λάθη (πάνω στο κείμενο)
Παρατηρήσεις.
αντιγραφή ;

▷ Τετραγωνισμός του κύκλου



$\pi r^2 = \alpha^2$

$\pi = ;$

1882 Lindemann

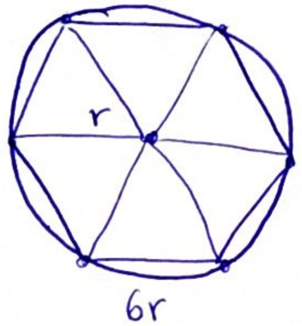
Ο τετραγωνισμός του κύκλου δεν γίνεται με χάρακα και διαβήτη, π δεν είναι αλγεββρικός αριθμός.

Αιγύπτιοι 2000 – 1500 π.Χ

$$\pi \approx \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3{,}1605$$

Μεσοποταμίας

$\pi = 3$



$2\pi r = 6r$
↑
κύκλος.

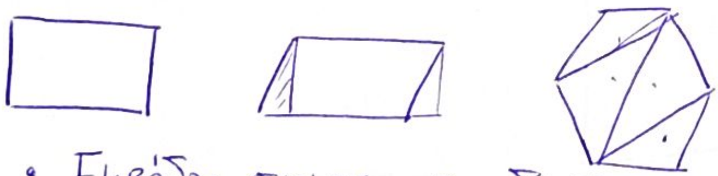
ΗΠΑ-USA 1900+

$\pi = 3$

Ελλάδα

Αναξαγόρας ο Κλαζομένιος 499-428π.Χ.
(ασχολήθηκε με τον τετραγωνισμό του κύκλου)

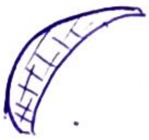
Ιπποκράτης ο Χίος

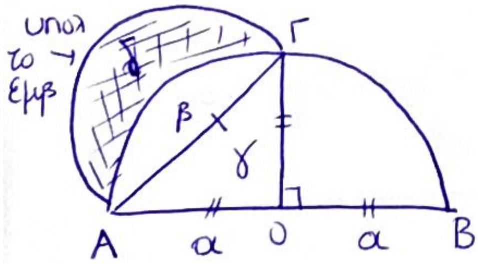


- Εμβαδόν σχημάτων που δεν είναι για πλευρές ευθείες

Τετραγώνισε μηνίσκους.

υπολ. Εμβαδόν





$$\beta + \gamma = \frac{\pi \alpha^2}{4}$$

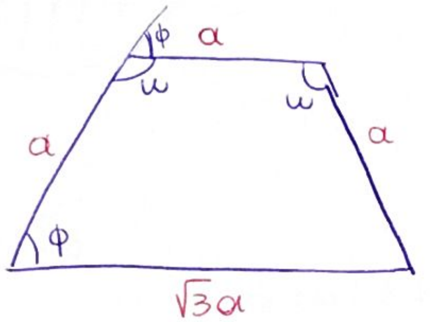
$$\delta + \beta = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\alpha\right)^2 = \frac{\pi}{2}\,\frac{2\alpha^2}{4} = \frac{\pi \alpha^2}{4}$$

$$\beta + \gamma = \delta + \beta \Rightarrow \gamma = \delta$$

$\boxed{\text{Εμβαδόν}}$  = Εμβαδόν 

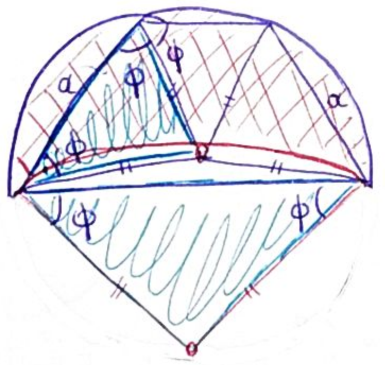
$$\delta = \gamma = \frac{1}{2}\alpha^2$$

Ιπποκράτης

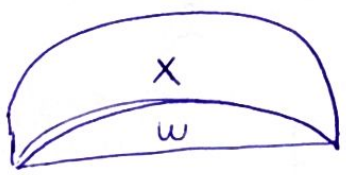


Ισοσκελές Τραπέζιο
(είναι εγγράψιμο σε κύκλο)

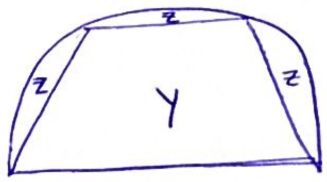
$\phi+\omega=180^\circ$



Αναζητώ το γραμμοσκιασμένο.
(κόκκινο)



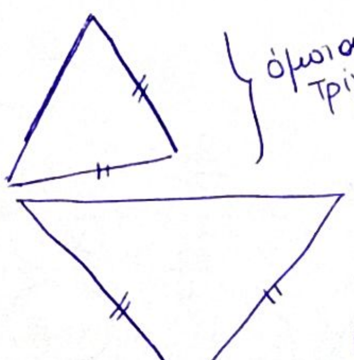
$x+\omega=\frac{\pi r^2}{2}$



$y+3z=\frac{\pi r^2}{2}$

$x+\omega=y+3z$

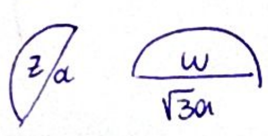
Παίρνω τα γραμμοσκιασμένα τρίγωνα (γαλάζιο)



όμοια τρίγωνα

$\lambda=\frac{\sqrt{3}\,\alpha}{\alpha}=\sqrt{3}$

$\frac{\omega}{z}=\lambda^2=3$ άρα $\omega=3z$

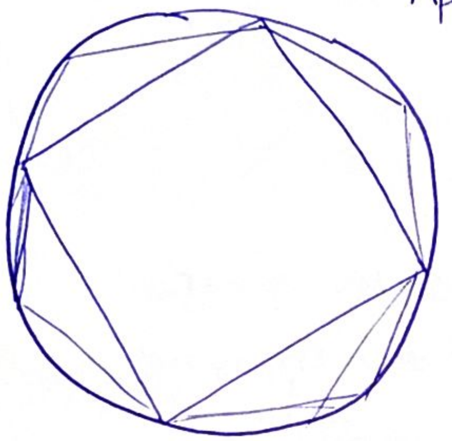


$\omega=3z$

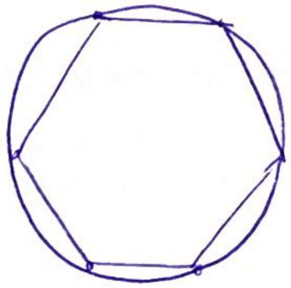
Αντιφώντας

Αρχίζε με 4-γωνο

$4=2^2 \quad 8=2^3 \quad 16=2^4$

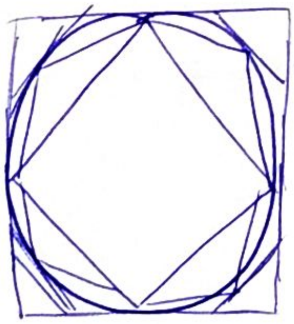


ή αρχίζε με το 6-γωνο

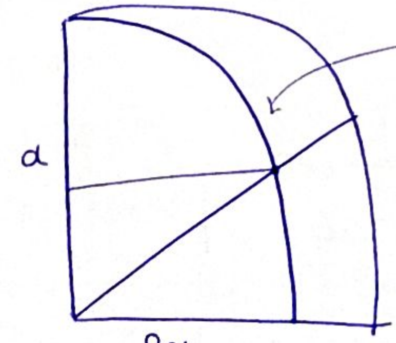


Βρύσων

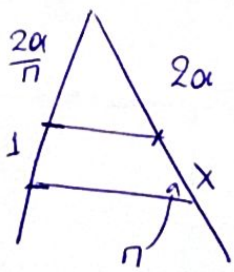
$$E_{\text{κυκλου}} = \frac{\text{εσωτερικό } 2^n\text{-γωνο} + \text{εξωτερικό } 2^n\text{γωνο}}{2}$$



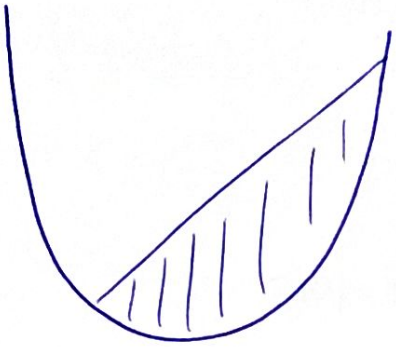
Δεινόστρατος



τετραγωνίζουσα



$$\frac{\frac{2α}{π}}{\frac{2α}{1}} = \frac{1}{x} \Rightarrow x=π$$



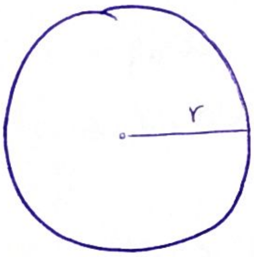
Τετραγωνισμός παραβολής.

(Θα το δούμε ίσως αργότερα

Αρχιμήδης

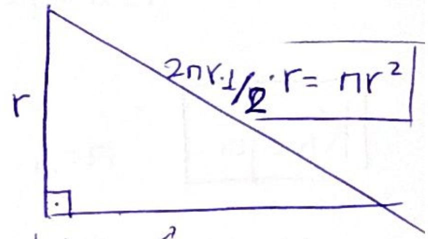
(χρησιμοποίησε την ιδέα του Βρύσων και του Αντιφώντα.

Βιβλίο "Κύκλου μέτρησης."



πr^2

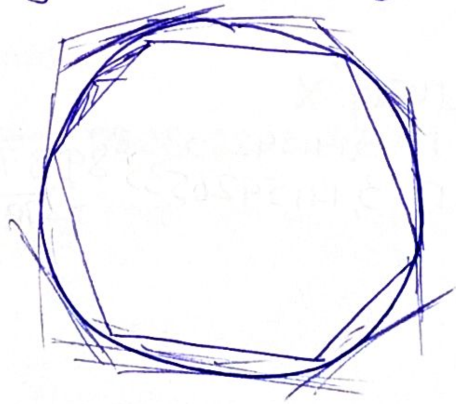
Εμβαδόν κύκλου = Εμβαδόν τριγώνου



μήκος της περιφέρειας

$3 \cdot \frac{10}{71} < \pi < 3 \cdot \frac{10}{70}$

$3{,}1409 < \pi < 3{,}1428$ } κατασκευάζοντας ένα 96-γωνο.



Μέσω του:

Πάππος

$\frac{211875}{67444} < \pi < \frac{195888}{62351}$

$\pi \simeq 3{,}1416$

Μετέπειτα
Απολλώνιος

Ινδοί 5ος αι. π.Χ

$\pi \simeq 3,088$

476 μ.Χ Aryabhatta (Χρησιμοποιώντας την μέθοδο του Αρχιμήδη)

$\pi = 3,1416$ με $\boxed{384\text{-γωνο}}$

628 μ.Χ Brahmagupta

$\sqrt{10} = 3,1622$

Κινέζοι $\pi = 3$ 400 π.Χ

$\pi = \frac{142}{145}$ 265 μ.Χ

$3,1415926 < \pi < 3,1415927$ 470 μ.Χ

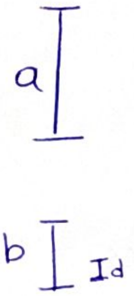
Άραβες

Alkashi 1430 μ.Χ

$\pi = 3,1415926535898\underbrace{87}_{79}32$ ← Μέθοδος του Αρχιμήδη

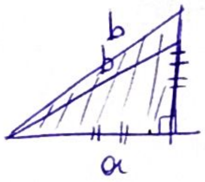
2^{30}-γωνο.

Εύδοξος



σύμμετρα μεγέθη $a = md$

$b = nd$



a, b ασύμμετρα μεγέθη

1-4 βιβλία

5 βιβλίο Ο λόγος $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (Εύδοξος)

a, b όμοια μεγέθη (και c, d)

↓

μήκη, εμβαδά, όγκος)

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ < ορισμός του Ευδόξου

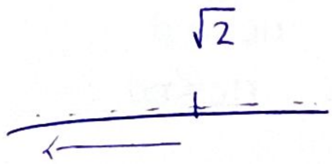
m, n φυσικοί αριθμοί

Αν $na > mb$ τότε $nc > md$

Αν $na = mb$ τότε $nc = md$

Αν $na < mb$ τότε $nc < md$

$L = \left\{ \frac{m}{n} \mid \frac{m}{n} \leq \frac{a}{b} \right\}$



$U = \left\{ \frac{m}{n} / \frac{m}{n} > \frac{a}{b} \right\}$

Dedekind τομές

Αξίωμα του Αρχιμήδη (αξίωμα του Ευδόξου)

a: |———————|

|— b —|

$\exists n \in \mathbb{N} \quad nb > a.$

ΘΕΩΡΗΜΑ Αν $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ τότε $a = b$

Έστω $a \neq b$ $\quad a > b \quad a - b \neq 0$ υπάρχει n τέτοιο ώστε
$n(a-b) > c$ (αξίωμα του Αρχιμήδη)

Έστω ο μικρότερος φυσικός αριθμός τ.ω $mc > nb \geq (m-1)c$.

$$na > mc \qquad \frac{a}{c} > \frac{m}{n}$$
$$nb < mc \qquad \frac{b}{c} < \frac{m}{n}$$

Άτοπο. Άρα $a = b$

ΘΕΩΡΗΜΑ $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$

Αν $na > mb$ τότε $nad > mbd$
Αν $na = mb$ τότε $nad = mbd$
Αν $na < mb$ τότε $nad < mbd$

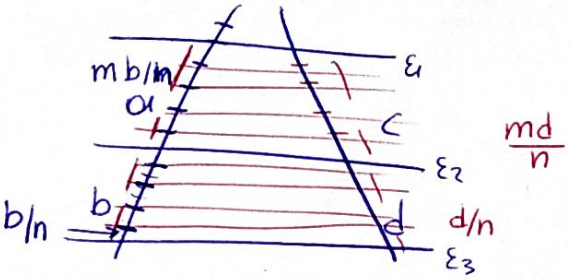
ΘΕΩΡΗΜΑ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$

Απόδ

$\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{cb}{db}$ άρα $ad = bc$

Αν $na > mb$ τότε $nc > md$
$na = mb$ τότε $nc = md$
$na < mb$ τότε $nc < md$

Θαλής (μέσω Ευδόξου)



Χωρίζει σε πολλά μικρά κομμάτια

Αν $\frac{mb}{n} > \alpha$ τότε $\frac{md}{n} > c$.

$\frac{mb}{n} = \alpha \qquad \frac{md}{n} = c$

$\frac{mb}{n} < \alpha \qquad \frac{md}{n} < c$

Άρα $\frac{\alpha}{b} = \frac{c}{d}$.